CAPÍTULO 13

Conceptos de medición

Problema preliminar

Berta hace una pizza circular de 14 pulg de diámetro que incluye una costra de 1 pulg que lleva alrededor. Ella quiere hacer una pizza circular de 10 pulg con el mismo porcentaje de costra alrededor que tiene la pizza de 14 pulg. ¿Aproximadamente de qué ancho será la costra en la pizza de 10 pulg al décimo de pulgada más cercano?

E*n los Principios y objetivos* se analizan los atributos medibles de los objetos como sigue:

> Un atributo medible es una característica cuantificable de un objeto. Los segmentos de recta tienen longitud, las regiones planas tienen área y los objetos físicos tienen masa. Conforme avanzan los estudiantes en sus cursos desde preescolar hasta bachillerato, deberá ampliarse el conjunto de atributos que puedan medir. Reconocer que los objetos tienen atributos medibles es el primer paso en el estudio de la medición. Los niños de preescolar al grado 2 comienzan comparando y ordenando objetos mediante el uso de frases como "más largo" o "más corto". La longitud debe ser la preocupación en este rango de grados, pero también deben explorarse el peso, el tiempo, el área y el volumen. En los grados 3 a 5, los estudiantes deberán aprender más detalladamente acerca del área, así como del perímetro, el volumen, la temperatura y la medida de ángulos. En estos grados, aprenden que las mediciones se pueden calcular mediante fórmulas y no siempre han de tomarse directamente con una herramienta de medición. Los estudiantes de grados medios se basan en estas experiencias de medición para continuar su estudio del perímetro, el área y el volumen, y comienza a explorar mediciones derivadas, como la rapidez. (p. 44)

En Estados Unidos se usan regularmente dos sistemas de medición: el sistema inglés y el sistema métrico. En los *Principios y objetivos* encontramos lo siguiente respecto al uso de los dos sistemas de medición:

> Como aún prevalece en Estados Unidos el sistema de medición inglés, los estudiantes deberán aprender este sistema y además el sistema métrico, y tendrán que conocer equivalencias aproximadas entre ellos —por ejemplo, que una botella de dos litros es un poco más de medio galón. El estudio de estos sistemas comienza en la escuela elemental, y los estudiantes de este nivel deberán ser capaces de realizar conversiones sencillas en ambos sistemas. En los grados medios los estudiantes deberán aumentar su habilidad para efectuar conversiones y aprender algunos puntos de referencia útiles para realizar conversiones entre los dos sistemas. (pp. 45–46)

Muchos conceptos de medición son más confusos para los niños que para los adultos, pues los estudiantes carecen de la experiencia diaria de medir. En este capítulo usamos ambos sistemas de medición para: longitud, área, volumen, masa y temperatura, con la idea de que los estudiantes deben aprender a pensar dentro de un sistema. También desarrollamos fórmulas para el área de figuras planas y para áreas de superficie y volúmenes de sólidos. Usamos el concepto de área al estudiar el teorema de Pitágoras.

13-1 Medición lineal

Para medir un segmento, debemos escoger una unidad de medida. En la tira cómica, los padres deciden comenzar a medir a Jeremy usando la longitud del sofá como su unidad de medida. Los primeros intentos de medición carecían de una unidad uniforme, y entonces se usaban dedos, manos, brazos y pies como unidades de medida. Todavía se usan "manos" para medir la estatura de caballos. Finalmente, los ingleses refinaron y uniformaron estas burdas mediciones.

Zits *by Jerry Scott and Jim Borgman*

AHORA INTENTA ÉSTE 13-1 En los *Principios y objetivos* se afirma que en los grados PreK a 2, los estudiantes deben comenzar su estudio de la medición con unidades no uniformes, como los clips (p. 45).

a. Estima la longitud de una página de este libro en términos de clips.
b. Mide el libro en clips.
c. ¿Cuán cerca estuvo tu estimado de la medición?
d. Repite las partes (a-c) usando *manos*.

El sistema inglés

Originalmente, en el sistema inglés una yarda era la distancia de la punta de la nariz al final del brazo extendido de una persona adulta, mientras que un pie era la longitud de un pie humano. En 1893, Estados Unidos definió la yarda y otras unidades en términos de unidades métricas. En la tabla 13-1 se resumen algunas unidades de longitud del sistema inglés y las relaciones entre ellas.

Tabla 13-1

Unidad	Equivalencia en otras unidades
yarda (yd)	3 pies
pie (pies)	12 pulg
milla (mi)	1760 yd, o 5280 pies

Nota histórica

La yarda se ha definido de muchas maneras en Estados Unidos a lo largo de su historia. En 1832 se definió como la distancia entre las marcas de las pulgadas 27 y 63 sobre cierta barra de latón fabricada por Troughton de Londres. En 1856, la yarda se redefinió en términos de la Yarda Británica de Bronce Núm. 11 (la cual era 0.00087 pulg más larga que la yarda de Troughton). En 1893 se redefinió en términos del metro internacional como $\frac{3600}{3937}$ de un metro gracias a una ley de 1866 que permitía el uso del sistema métrico en Estados Unidos. En 1960, el metro se redefinió en términos de la longitud de onda de la luz emitida por el krypton-86 y más adelante en términos de la distancia que viaja la luz en $\frac{1}{299{,}792{,}458}$ s. El 1° de julio de 1959 se hizo efectiva la definición de yarda en términos de la yarda internacional, que a su vez se basó en la definición internacional de metro. ♦

Conversión de unidades de medida

Para convertir de una unidad de longitud a otra se pueden usar diferentes procedimientos. Por ejemplo, para convertir 5.25 mi a yardas usamos que 1 mi = 5280 pies y 1 pie = $\frac{1}{3}$ yd. Por lo tanto,

$$5.25 \text{ mi} = 5.25(5280) \text{ pies} = 5.25(5280)\left(\frac{1}{3}\right) \text{ yd, ó } 9240 \text{ yd}$$

Asimismo, para convertir 432 pulg a yardas usamos que 1 pie = $\frac{1}{3}$ yd y 1 pulg = $\frac{1}{12}$ pie. Por lo tanto,

$$432 \text{ pulg} = 432\left(\frac{1}{12}\right) \text{ pie} = 432\left(\frac{1}{12}\right)\left(\frac{1}{3}\right) \text{ yd, ó } 12 \text{ yd}$$

Análisis dimensional (análisis de unidades)

Un proceso diferente para convertir unidades de medida se conoce como **análisis dimensional**. Este procedimiento funciona con *razones unitarias* (razones equivalentes a 1). Como 1 yd = 3 pies, entonces $\frac{1 \text{ yd}}{3 \text{ pies}} = 1$ y $\frac{3 \text{ pies}}{1 \text{ yd}} = 1$. Son razones unitarias. También, $\frac{5280 \text{ pies}}{1 \text{ mi}} = 1$ es una razón unitaria. Por lo tanto, para convertir 5.25 millas a yardas hacemos lo siguiente:

$$5.25 \text{ mi} = 5.25 \text{ mi} \cdot \frac{5280 \text{ pies}}{1 \text{ mi}} \cdot \frac{1 \text{ yd}}{3 \text{ pies}} = 9240 \text{ yd}$$

Ejemplo 13-1

Si un guepardo cronometra 60 millas por hora (mph), ¿cuál es su rapidez en pies por segundo?

Solución

$$60 \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 60 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \cdot \frac{5280 \text{ pies}}{1 \text{ mi}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \cdot \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 88 \frac{\text{pies}}{\text{s}}$$

OBSERVACIÓN El uso del *análisis dimensional* se verá en la solución de muchas partes de los ejemplos que impliquen conversiones. No será la única técnica usada.

Ejemplo 13-2

Convierte lo siguiente:

a. 219 pies = _____ yd
b. 8432 yd = _____ mi
c. 0.2 mi = _____ pies
d. 64 pulg = _____ yd

Solución **a.** Como 1 pie $= \frac{1}{3}$ yd, 219 pies $= 219 \cdot \frac{1}{3}$ yd $= 73$ yd. De manera alternativa, 219 pies $= 219$ pies $\cdot \dfrac{1 \text{ yd}}{3 \text{ pies}} = 73$ yd.

b. Como 1 yd $= \frac{1}{1760}$ mi, 8432 yd $= 8432 \cdot \frac{1}{1760}$ mi ≈ 4.79 mi. De manera alternativa, 8432 yd $= 8432$ yd $\cdot \dfrac{3 \text{ pies}}{1 \text{ yd}} \cdot \dfrac{1 \text{ mi}}{5280 \text{ pies}} \approx 4.79$ mi.

c. 1 mi $= 5280$ pies. Por lo tanto, 0.2 mi $= 0.2 \cdot 5280$ pies $= 1056$ pies. De manera alternativa, 0.2 mi $= 0.2$ mi $\cdot \dfrac{5280 \text{ pies}}{1 \text{ mi}} = 1056$ pies.

d. Primero hallamos una relación entre yardas y pulgadas. Tenemos que 1 yd $=$ 3 pies y 1 pie $=$ 12 pulg. Por lo tanto, 1 yd $=$ 3 pies $= 3 \cdot 12$ pulg $= 36$ pulg. De aquí, 1 pulg $= \frac{1}{36}$ yd; entonces, 64 pulg $= 64 \cdot \frac{1}{36}$ yd ≈ 1.78 yd. De manera alternativa, 64 pulg $= 64$ pulg $\cdot \dfrac{1 \text{ pies}}{12 \text{ pulg}} \cdot \dfrac{1 \text{ yd}}{3 \text{ pies}} \approx 1.78$ yd.

El sistema métrico

Actualmente, Estados Unidos es el único país industrialmente desarrollado del mundo que continúa usando el sistema inglés. Sin embargo, el uso del **sistema métrico** se ha incrementado, particularmente en la comunidad científica y en la industria.

Las diferentes unidades de longitud del sistema métrico se obtienen al multiplicar la unidad básica por una potencia de 10. La tabla 13-2 da algunos de los prefijos para estas unidades, sus símbolos y sus factores de multiplicación.

Nota histórica

El sistema métrico, un sistema decimal, fue propuesto en Francia en 1670 por Gabriel Mouton. Sin embargo, no fue hasta la Revolución francesa en 1790 que la Academia Francesa de Ciencias convocó a varios grupos para desarrollar el sistema. En la Francia de aquella época se usaban más de 800 tipos de medidas. Había 13 medidas distintas para un *pie* que iban de 10.6 pulg a 13.4 pulg. La Academia reconoció la necesidad de una unidad uniforme básica para la medición lineal. Los miembros escogieron como la unidad básica de longitud $\dfrac{1}{10{,}000{,}000}$ de la distancia del ecuador al Polo norte sobre un meridiano que pasa por París y le llamaron **metro (m)**, del griego *metron*, que significa "medir".

El Congreso de Estados Unidos incluyó un exhorto para la metrización de su industria en la Ley de Comercio y Competitividad Global de 1988 al designar el sistema métrico como el sistema preferido de pesas y medidas para el comercio e intercambio, y al requerir que cada agencia federal fuera "métrica" para el final del año fiscal de 1992. Para el 31 de diciembre de 2009, todos los productos a la venta en Europa (con limitadas excepciones) deberán ostentar sólo unidades métricas en sus etiquetas. No se permitirá doble etiqueta.

Tabla 13-2

Prefijo	Símbolo	Factor
kilo	k	1000 (mil)
*hecto	h	100 (cien)
*deca	da	10 (diez)
*deci	d	0.1 (un décimo)
centi	c	0.01 (un centésimo)
mili	m	0.001 (un milésimo)

*No es de uso común

Los prefijos métricos, combinados con la unidad básica metro, dan nombre a diferentes unidades de longitud. En la tabla 13-3 se dan estas unidades, el símbolo de cada una y su relación con el metro.

Tabla 13-3

Unidad	Símbolo	Relación con la unidad básica
kilómetro	km	1000 m
*hectómetro	hm	100 m
*decámetro	dam	10 m
metro	**m**	**unidad básica**
*decímetro	dm	0.1 m
centímetro	cm	0.01 m
milímetro	mm	0.001 m

*No es de uso común

OBSERVACIÓN Hay otros dos prefijos, mega (1,000,000) y micro (0.000001), que se usan para unidades muy grandes o muy pequeñas, respectivamente. Los símbolos para mega y micro son M y μ, respectivamente.

AHORA INTENTA ÉSTE 13-2 Si nuestro sistema monetario usara prefijos y la unidad básica fuera un dólar, da los nombres métricos de lo siguiente:

a. Una moneda de 10 centavos **b.** Una moneda de un centavo **c.** Un billete de $10

d. Un billete de $100 **e.** Un billete de $1000

En la figura 13-1 se muestran puntos de referencia que se pueden usar para estimar un metro, un decímetro, un centímetro y un milímetro. Por lo común, el kilómetro se usa para medir distancias más largas: 1 km = 1000 m. Nueve campos de futbol americano, incluyendo las zonas finales y uno detrás de otro, miden aproximadamente 1 km de largo.

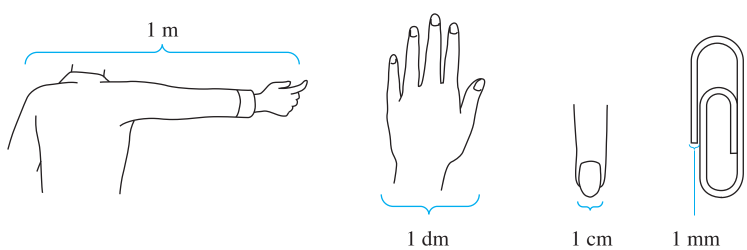

Figura 13-1

En los *Puntos focales* para el grado 2 hallamos lo siguiente:

> Ellos (los estudiantes) comprenden la medición lineal como una iteración de unidades y el uso de reglas u otros instrumentos con ese propósito. Ellos entienden la necesidad de tener unidades de la misma longitud, el uso de unidades convencionales de medición (centímetro y pulgada) y la relación inversa entre el tamaño de una unidad y el número de unidades usadas para una medición particular (es decir, los niños reconocen que mientras más pequeña es la unidad, se requieren más iteraciones para cubrir una longitud dada). (p. 14)

Como se menciona en los *Puntos focales* y en la *Nota de investigación*, mientras más pequeña es la unidad se requieren más iteraciones para cubrir una longitud dada. Esto da pie a la necesidad de unidades de longitud más grandes y a la habilidad para convertir de una unidad a otra.

Las conversiones entre unidades métricas se realizan al multiplicar por, o dividir entre, potencias de 10. Como ocurre con el dinero, simplemente movemos el punto decimal a la izquierda o a la derecha, dependiendo de las unidades. Por ejemplo,

$$0.123 \text{ km} = 1.23 \text{ hm} = 12.3 \text{ dam} = 123 \text{ m} = 1230 \text{ dm} = 12{,}300 \text{ cm} = 123{,}000 \text{ mm}$$

Es posible convertir unidades usando el diagrama de la figura 13-2. Contamos el número de escalones de una unidad a otra y movemos el punto decimal ese número de escalones, en la misma dirección.

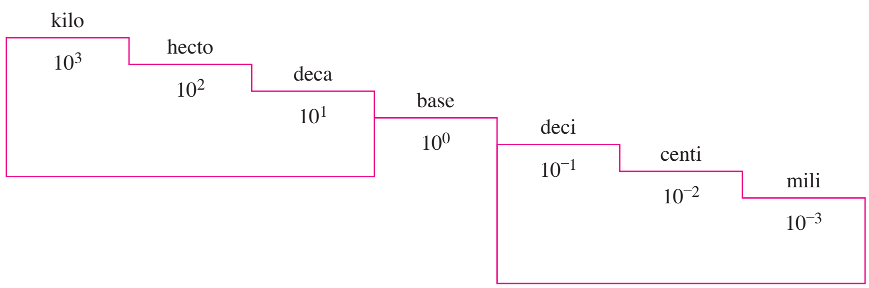

Figura 13-2

Nota de investigación No hay resultados concluyentes acerca del tipo de relaciones que actúan como prerrequisito entre la conservación de la medida y la habilidad de un niño para medir atributos. Sin embargo, la conservación es un prerrequisito para comprender la relación entre el tamaño de una unidad y el número de unidades incluidas en una medición. Por ejemplo, el número de pulgadas en una medición será mayor que el número de yardas en la misma medición (Hiebert 1981). ♦

Ejemplo 13-3

Completa lo siguiente:

a. 1.4 km = _____ m
b. 285 mm = _____ m
c. 0.03 km = _____ cm

Solución **a.** Como 1 km = 1000 m, para cambiar de kilómetros a metros multiplicamos por 1000. Por lo tanto, 1.4 km = 1.4 (1000 m) = 1400 m. De manera alternativa,

$$1.4 \text{ km} = 1.4 \text{ km} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 1400 \text{ m}.$$

b. Como $1\,\text{mm} = 0.001\,\text{m}$, para cambiar de milímetros a metros multiplicamos por 0.001. Así, $285\ \text{mm} = 285(0.001\ \text{m}) = 0.285\ \text{m}$. De manera alternativa,

$$285\ \text{mm} = 285\ \text{mm} \cdot \frac{1\ \text{m}}{1000\ \text{mm}} = 0.285\ \text{m}.$$

c. Para cambiar de kilómetros a centímetros, primero multiplicamos por 1000 para convertir kilómetros a metros y después multiplicamos por 100 para convertir metros a centímetros. Por lo tanto, movemos el punto decimal cinco lugares a la derecha para obtener $0.03\ \text{km} = 3000\ \text{cm}$. Un enfoque alternativo es usar la figura 13-2. Para ir de kilo a centi en escalones, nos movemos cinco lugares a la derecha, de modo que necesitamos mover el punto decimal en 0.03 cinco lugares a la derecha, lo cual da 3000.

Las unidades de longitud por lo común se miden con reglas. La figura 13-3 muestra parte de una regla en centímetros. Las reglas se pueden usar para medir distancia.

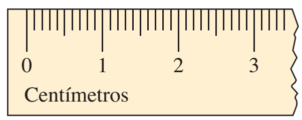

Figura 13-3

En los *Puntos focales* para el grado 5 hallamos lo siguiente: “La experiencia de los estudiantes relaciona su trabajo con sólidos y volúmenes con su trabajo anterior con capacidad y masa. Resuelven problemas que requieren atención tanto a la aproximación como a la precisión de las mediciones” (p. 17).

Al medir distancias en la vida real con frecuencia se cometen errores. Por ello, las plantas industriales que usan partes de diversas fuentes se apoyan en unidades portátiles de calibración que toman de planta en planta para probar los instrumentos de medición usados al construir las partes. Esto se hace con objeto de que la planta de ensamblado final pueda juntar todas las partes para hacer el producto. Para calibrar los instrumentos de medición, los técnicos deben establecer el mayor error posible (MEP) permitido para obtener el ajuste final. El **mayor error posible (MEP)** de una medición es la mitad de la unidad usada. Por ejemplo, si el ancho de una pieza de un tablero se midió al centímetro más cercano como 5 cm, el ancho real debe estar entre 4.5 cm y 5.5 cm. Por lo tanto, el MEP para esta medición es de 0.5 cm. Si el ancho de un botón se mide como 1.2 cm, entonces el ancho real está entre 1.15 cm y 1.25 cm, de modo que el MEP es de 0.05 cm ó 0.5 mm.

Cuando trabajamos con planos, suponemos que las mediciones listadas son exactas. Cuando medimos objetos en el mundo real, encontramos que dicha exactitud es casi imposible.

Propiedades de la distancia

Una persona que use la expresión “la distancia más corta entre dos puntos es la línea recta” puede tener buenas intenciones, pero la expresión es, realmente, falsa. (¿Por qué?) Una expresión correcta es “La más corta entre todas las trayectorias en un plano que conecte dos puntos A y B es el segmento $\overline{AB}$”. (La longitud de $\overline{AB}$ se denota con AB.) Este hecho es una de las propiedades básicas de la distancia listadas a continuación.